Trigonométrie hyperbolique.

- **Définitions.**

$\sinh a = \frac{1}{2}\left(e^{a} - e^{-a}\right)$ $\qquad$ $\cosh a = \frac{1}{2}\left(e^{a} + e^{-a}\right)$

$e^{a} = \cosh a + \sinh a$

- **Relations fondamentales.**

$\mathrm{ch}^2 a - \mathrm{sh}^2 a = 1$

$\tanh = \frac{\mathrm{sh}\, a}{\mathrm{ch}\, a} = \frac{1}{\coth a}$ $\qquad$ $1 - \tanh^2 a = \frac{1}{\mathrm{ch}^2 a}$ $\qquad$ $\coth^2 a - 1 = \frac{1}{\mathrm{sh}^2 a}$

- **Formules d'addition.**

$\mathrm{ch}(a+b) = \mathrm{ch}a\mathrm{ch}b + \mathrm{sh}a\mathrm{sh}b$ $\qquad$ $\mathrm{ch}(a+b) = \mathrm{ch}a\mathrm{ch}b - \mathrm{sh}a\mathrm{sh}b$

$\mathrm{sh}(a+b) = \mathrm{sh}a\mathrm{ch}b + \mathrm{sh}b\mathrm{ch}a$ $\qquad$ $\mathrm{sh}(a-b) = \mathrm{sh}a\mathrm{ch}b - \mathrm{sh}b\mathrm{ch}a$

$\tanh\left(a+b\right) = \frac{\tanh a + \tanh b}{1 + \tanh a \tanh b}$ $\qquad$ $\tanh\left(a-b\right) = \frac{\tanh a - \tanh b}{1 - \tanh a \tanh b}$

- **Formules de duplication.**

$\mathrm{sh}2a = 2\mathrm{sh}a\mathrm{ch}a = 2\frac{\tanh a}{1 - \tanh^2 a}$

$\mathrm{ch}2a = \mathrm{ch}^2 a + \mathrm{sh}^2 a = 2\mathrm{ch}^2 a - 1 = \frac{1 + \tanh^2 a}{1 - \tanh^2 a}$

$\tanh 2a = \frac{2\tanh a}{1 + \tanh^2 a}$

- **Formules de transformation de somme en produit.**

$\mathrm{ch}a + \mathrm{ch}b = 2\mathrm{ch}\frac{a+b}{2}\mathrm{ch}\frac{a-b}{2}$ $\qquad$ $\mathrm{ch}a - \mathrm{ch}b = 2\mathrm{sh}\frac{a+b}{2}\mathrm{sh}\frac{a-b}{2}$

$\mathrm{sh}a + \mathrm{sh}b = 2\mathrm{sh}\frac{a+b}{2}\mathrm{ch}\frac{a-b}{2}$ $\qquad$ $\mathrm{sh}a - \mathrm{sh}b = 2\mathrm{ch}\frac{a+b}{2}\mathrm{sh}\frac{a-b}{2}$

$\tanh a + \tanh b = \frac{\mathrm{sh}\left(a+b\right)}{\mathrm{ch}a\mathrm{ch}b}$ $\qquad$ $\tanh a - \tanh b = \frac{\mathrm{sh}\left(a-b\right)}{\mathrm{ch}a\mathrm{ch}b}$

- **Expressions en fonction de $\frac{a}{2}$.**

$1 + \mathrm{ch}a = 2\mathrm{ch}^2\frac{a}{2} = \mathrm{sh}a\coth\frac{a}{2}$ $\qquad$ $\mathrm{ch}a - 1 = 2\mathrm{sh}\ \frac{a}{2} = \mathrm{sh}a\tanh\frac{a}{2}$