

Trigonométrie circulaire.

- **Relations fondamentales.**

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} \quad 1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$$

- **Formules d'addition.**

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

- **Formules de duplication.**

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$$

$$\cos 3a = -3 \cos a + 4 \cos^3 a$$

$$\tan 3a = \frac{3 \tan a - \tan^3 a}{1 - 3 \tan^2 a}$$

- **Formules de linéarisation.**

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\sin a \cos a = \frac{\sin 2a}{2}$$

- **Expressions en fonction de $\frac{a}{2}$.**

$$1 + \cos a = 2 \cos^2 \frac{a}{2} \quad 1 - \cos a = 2 \sin^2 \frac{a}{2}$$

$$\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}$$

En posant $t = \tan \frac{a}{2}$ pour $a \neq \pi + 2k\pi$:

$$\cos a = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$\sin a = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\tan a = \frac{2t}{1 - t^2}$$

- **Formules de transformation de produit en somme.**

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

- **Formules de transformation de somme en produit.**

$$\begin{cases} a+b=p \\ a-b=q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{p+q}{2} \\ b=\frac{p-q}{2} \end{cases}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

- **Fonctions circulaires associées.**

$$\sin(-a) = -\sin a \quad \cos(-a) = \cos a$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$$

$$\sin(\pi - a) = \sin a \quad \cos(\pi - a) = -\cos a$$